

# I vettori e le grandezze che contraddistinguono un moto.

Il vettore è un segmento orientato applicato in un punto.

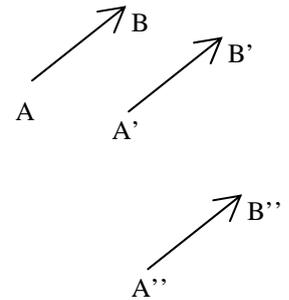
Per descriverlo sarà necessario specificare:

- **direzione** (la retta su cui giace il vettore)
- **verso** (l'uno o l'altro, si può indicare come verso di percorrenza/applicazione) si indica con la punta della freccia
- **lunghezza** (o modulo o norma) rappresenta l'intensità del fenomeno fisico, è n numero.

In base alla definizione ci si potrebbe ora aspettare che serva anche specificare il punto di applicazione, ma non è così e cerchiamo di capire il perché...

Due segmenti orientati applicati in punti diversi si dicono equipollenti, ovvero si può dire che tra di loro vi è una relazione d'equivalenza. In parole più semplici si può dire che se due segmenti hanno stessa direzione (ovvero sono paralleli), stesso verso e stessa lunghezza allora sono equivalenti.

L'equivalenza tra i vettori ci permette di poterne scegliere quello che più ci "facilita" tra tutti i vettori equivalenti a quello dato.

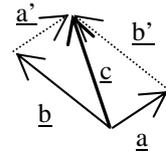


Tre vettori equivalenti

Tra due vettori si può sempre operare una somma.

Il vettore  $\underline{c} = \underline{a} + \underline{b}$  risultato della somma si può determinare con un semplice metodo grafico molto utilizzato in fisica: la regola del parallelogramma

In pratica è sufficiente costruire un parallelogramma tracciando il vettore equivalente ad  $\underline{a}$  tale che la sua coda coincida con la punta di  $\underline{a}$ . Si opera in maniera equivalente con  $\underline{b}$ . Il vettore risultante  $\underline{c}$  è la diagonale che congiunge l'origine dei vettori  $\underline{a}$  e  $\underline{b}$  con la punta di  $\underline{a}'$  e  $\underline{b}'$ .



Un'altra operazione molto importante è la scomposizione di un vettore nelle sue componenti lungo gli assi cartesiani.

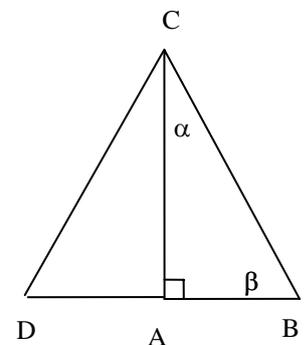
Per poter compiere quest'operazione sono necessarie delle nozioni di trigonometria.

Preso un triangolo rettangolo il seno dell'angolo  $\alpha$  si definisce come il rapporto tra il cateto opposto all'angolo e l'ipotenusa. Il coseno dell'angolo  $\alpha$  è, invece, il rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa.

Si noti che il valore del seno e del coseno dipendono unicamente dall'ampiezza dell'angolo e non dalle lunghezze dei cateti.

Il valore del coseno e del seno si possono determinare con l'utilizzo di una calcolatrice scientifica (o con le tavole).

Si tenga presente che per alcuni angoli notevoli il valore del seno e coseno possono essere determinati con altri sistemi (più matematici!). Ad esempio si consideri il triangolo rettangolo con l'angolo  $\alpha = 30^\circ$ . L'altro angolo  $\beta$  è uguale a  $\beta = 90 - \alpha = 60^\circ$  (perché, nella geometria euclidea, la somma degli angoli interni di un triangolo è  $180^\circ$ ). Si prolunghi il lato AB dalla parte di A di un segmento  $AD = AB$ . Si congiungano i punti "D" e "C". Ora si noti che i due triangoli hanno i due cateti uguali (uno perché coincidente, l'altro per ipotesi) e questa è una condizione sufficiente affinché i 2 triangoli siano uguali, ma ciò vuol dire anche che  $ADC = \beta = 60^\circ$ ,  $DCA = \alpha = 30^\circ$ . Allora l'angolo  $DCB = 2\alpha = 60^\circ$ , che implica che il triangolo CBD sia equilatero ora se poniamo che l'ipotenusa del triangolo iniziale ABC sia uguale ad 1, possiamo ricavare gli altri lati in funzione dell'ipotenusa utilizzando il teorema di Pitagora.



Ma facciamo un passo per volta. AB sappiamo essere la metà di DB per costruzione (se DA=AB allora DB=2AB e allora AB=DB/2). Il lato CA è uguale (per il teorema di Pitagora) a

$$CA = \sqrt{CB^2 - AB^2} = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = \sqrt{l^2 - \frac{l^2}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}l^2} = \frac{1}{2}l\sqrt{3}. \text{ Ora che conosciamo i valori di tutti i}$$

lati del triangolo iniziale ABC possiamo calcolare quanto vale il seno dell'angolo  $\alpha$

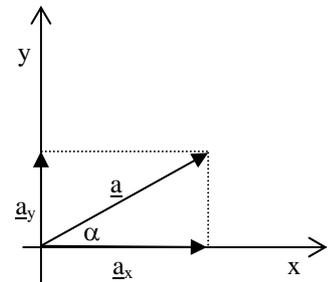
$$\text{sen}\alpha = \frac{AB}{CB} = \frac{\frac{1}{2}l}{l} = \frac{1}{2} = 0,5 \quad \text{il suo coseno} \quad \cos\alpha = \frac{CA}{CB} = \frac{\frac{1}{2}l\sqrt{3}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,866 \quad \text{il seno di}$$

$$\beta \quad \text{sen}\beta = \frac{CA}{CB} = \frac{\frac{1}{2}l\sqrt{3}}{l} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cong 0,866 \quad \text{e il suo coseno} \quad \cos\beta = \frac{AB}{CB} = \frac{\frac{1}{2}l}{l} = \frac{1}{2} = 0,5. \text{ Non è un caso}$$

che i risultati siano alternati!

Si noti inoltre che il valore del seno e del coseno è sempre un numero compreso (o uguale) tra -1 e 1.

Si consideri ora un vettore il cui punto di applicazione coincida con l'origine degli assi cartesiani. Trovare le sue componenti (ovvero scomporlo) equivale a trovare la proiezione del vettore sui 2 assi. Si noti che il tutto si riporta al problema geometrico della trigonometria, infatti la componente lungo l'asse delle ascisse (x) è data dal prodotto tra la lunghezza del vettore e il coseno dell'angolo  $\alpha$ , la componente lungo l'asse delle ordinate (y) dal prodotto tra la lunghezza del vettore e il seno dell'angolo  $\alpha$ .



La somma di due vettori una volta note le loro componenti lungo i 2 assi cartesiani si può facilmente determinare sommando le componenti riferite allo stesso asse. In altre parole  $\underline{c} = \underline{a} + \underline{b}$ , se si conosce  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $b_x$  e  $b_y$  le componenti di  $c$  sono date da  $c_x = a_x + b_x$  e  $c_y = a_y + b_y$ .

Se si conoscono le componenti e si vuole risalire al vettore di partenza si può operare come segue:

per la lunghezza si usa il teorema di Pitagora ( $|\underline{c}| = \sqrt{c_x^2 + c_y^2}$ ) per l'angolo si può calcolare il rapporto tra cateto opposto all'angolo e cateto adiacente, così si trova il valore della tangente dell'angolo (un altro dei rapporti trigonometrici). Poi tramite la calcolatrice (o le tavole) si risale al valore dell'angolo con la funzione inversa della tangente che è l'arcotangente.

$$\tan \alpha = \frac{c_y}{c_x}, \quad \alpha = \arctan\left(\frac{c_y}{c_x}\right)$$

Cominciamo a considerare ora una branca della fisica che prende il nome di cinematica.

Essa studia il moto di un punto materiale nello spazio.

Si definisce traiettoria il percorso descritto nello spazio (bidimensionale o tridimensionale che sia) dal punto materiale.

Lo spazio percorso è l'effettiva distanza percorsa dal punto materiale (in altre parole è la lunghezza della traiettoria).

Lo spostamento è quel vettore che congiunge il punto di partenza con il punto di arrivo ed è naturalmente rivolto verso il punto di arrivo.

Si noti che uno stesso spostamento si può ottenere con diverse traiettorie. Si consideri ad esempio la seguente situazione: una persona fa un passo verso Nord, poi uno verso Est, uno verso Sud, ed un altro passo verso Ovest. La sua traiettoria è un quadrato, lo spazio percorso è uguale a quattro passi e lo spostamento è uguale al vettore nullo.

Per studiare meglio il moto abbiamo bisogno di definire alcune grandezze fisiche che lo descrivano meglio, come la velocità, l'accelerazione ...

Per il momento vediamo per cosa si intende per velocità.

Si faccia subito una distinzione tra velocità media e velocità istantanea.

La velocità media rappresenta lo spazio complessivo percorso nel tempo impiegato a percorrerlo. In formule la velocità è uguale al rapporto tra lo spazio percorso (uguale alla posizione finale – la

posizione iniziale) e l'intervallo di tempo impiegato a percorrerlo.  $v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{l_{fin} - l_{ini}}{t_{fin} - t_{ini}}$ .

La velocità istantanea è uguale in formule alla velocità media, ma si considera istantanea solo se l'intervallo di tempo è ragionevolmente piccolo rispetto all'intero intervallo di tempo impiegato a percorrerlo.